Exponentialfunktionen in Anwendungen

Radioaktiver Zerfall:

m(t) ist die Masse des radioaktiven Präparats, die zum Zeitpunkt t vorhanden ist, wenn zum Start der Messung (t=0) die Masse m_o vorhanden war.

$$m(t) = m_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Entsprechende Gleichungen ergeben sich, wenn der **Luftdruck** in Abhängigkeit von der Meereshöhe, der **Temperaturunterschied** zwischen dem (heißen) Tee und der Umgebungstemperatur in Abhängigkeit von der Zeit, ungehindertes **Wachstum** einer Bakterienkultur,.......gemessen wird.

Einschaltvorgang in einem Stromkreis:

I(t) ist die Stromstärke in Abhängigkeit von der Zeit, wenn in einem Stromkreis mit einer Spule und einem Widerstand eine Gleichspannung angelegt wird. Wenn Sie den physikalischen Sachverhalt nicht verstehen, denken Sie sich für U, R, L irgendwelche positiven Konstanten.

$$I(t) = \frac{U}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)$$

Eine entsprechende Gleichung erhält man, wenn der **Aufladungs-vorgang** eines Kondensators, die **Temperatur** eines kälteren Körpers in wärmerer Umgebung, die **Fallgeschwindigkeit** eines Fallschirmspringers unter Reibungseinfluß,..... gemessen wird.

Schwingungen:

Jeder Schwingungsvorgang, der ohne äußere Energiezufuhr stattfindet, ist gedämpft, d.h., daß der “Ausschlag” mit der Zeit nach einem bestimmten Gesetz abnimmt (Pendel, elektrischer Schwingkreis). Die Auslenkung (Elongation) genügt der rechtsstehenden Gleichung. Wenn Sie mit einer solchen Funktionsgleichung nichts anfangen können, so ersetzen Sie t einfach durch x, E (t) durch f(x) und die anderen Zeichen durch eine Konstante, die Ihnen sympathisch ist.

$$E(t) = A \cdot e^{-\lambda \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

Logistisches Wachstum:

Betrachtet man Wachstumsvorgänge, die “begrenzt” sind (eine Bevölkerung kann sich nicht beliebig vermehren, weil irgendwann einmal die Nahrung knapp wird), so lassen sich solche Wachstumsvorgänge durch Gleichungen der nebenstehenden Art beschreiben.

$$f(x) = \frac{a \cdot e^{b \cdot x}}{1 + c \cdot \left(e^{b \cdot x} - 1\right)}$$

Kettenlinie:

Eine frei hängende Kette beschreibt eine Kurve, die einer Gleichung der nebenstehenden Form genügt.
(Noch Galilei hat geglaubt, daß die “Kette eine Parabel beschreibt”.)

$$f(x) = c \cdot \left(e^{a \cdot x} + e^{-a \cdot x}\right)$$