

Niels Henrik Abel (1802 bis 1829)

Der folgende Text ist dem Buch "Biographien bedeutender Mathematiker" von H. Wussing und W. Arnold entnommen. (VEV Volk und Wissen 1983, 3. Auflage).

Abseits der führenden mathematischen Zentren Europas zu Anfang des 19. Jahrhunderts bahnte sich der junge Norweger Abel, als völliger Autodidakt, den Weg zu zentralen Fragen mathematischer Forschung der damaligen Zeit. Wenige Jahre mathematischer Produktivität waren ihm beschieden; die Ergebnisse reihen *Niels Henrik Abel* unter die bedeutendsten Mathematiker der Erde ein.

Niels Henrik Abel stammte aus einer Familie von Landpastoren. Als, zweites Kind von sieben Kindern würde er am 5. August 1802 auf der Insel Finnøy an der Südwestküste Norwegens geboren - Sein Vater, *Sören Georg Abel*, entfaltete dort und später in Gjerstad als Pfarrer eine über seine Berufspflichten weit hinausgehende Tätigkeit in einer für Norwegens politische und ökonomische Entwicklung entscheidenden Periode zu Anfang des 19. Jahrhunderts.

Die Zeiten waren schwer - *Napoleon*, der auf der Höhe seiner Macht stand, zwang die Politische Union zwischen Dänemark und Norwegen in eine Koalition mit Frankreich hinein. Dies führte zur Beschießung Kopenhagens durch die englische Flotte, zur Blockade der norwegischen Küste durch die Engländer und zu militärischen Auseinandersetzungen mit Schweden. Schließlich wurde 1814 die Union Norwegens mit Dänemark auch formal gelöst; dafür aber wurde Norwegen gezwungen, die Personalunion mit Schweden anzuerkennen. Im Lande herrschten Hunger und Teuerung. Pastor Abel gehörte zu den rühmlichsten Mitgliedern einer "Gesellschaft für das Wohl Norwegens", die beispielsweise den Anbau der Kartoffeln und die Erschließung örtlicher Produktionsreserven förderte. Auf die Initiative dieser Gesellschaft, die im Lande eine außerordentlich erfolgreiche Geldsammlung organisierte, ging schließlich auch die Gründung und Eröffnung der ersten norwegischen Universität in Kristiania, dem heutigen Oslo, im Jahre 1811 zurück.

Trotz Anerkennungen und Auszeichnungen vermochte Abels Vater die schwierige finanzielle Lage seiner Familie nicht zu beheben. *N.H. Abel* wurde anfangs vom Vater, einem schwierigen Charakter, unterrichtet. Schließlich gelang es, *Niels Henrik Abel* im Alter von 13 Jahren zusammen mit seinem älteren Bruder an der schon seit dem Mittelalter bestehenden Domschule in Oslo unterzubringen. Die Brüder Abel erhielten sogar eine finanzielle Unterstützung; die Disziplin freilich und die Lebensbedingungen waren hart und fast barbarisch streng. Alte Sprachen, Religion und Geschichte standen im Vordergrund. *Niels Henrik Abel* war in diesen Fächern ein mittelmäßiger Schüler und litt sehr unter dem Leben an der Schule. Erst das Jahr 1817 brachte eine Wende. Ein Mitschüler Abels war an den Folgen der Mißhandlungen durch einen Lehrer gestorben, desselben Lehrers, der auch Abel in ganz besonderem Maße tyrannisiert und gedemütigt hatte. Der Nachfolger, *Bernt Michael Holmboe*, war ein junger, liberal denkender und in Mathematik vorzüglich ausgebildeter Lehrer. Zu seiner Überraschung fand er unter seinen Schülern eine mathematische Begabung allererster Größe, förderte und ermutigte das Talent, gab ihm *Poisson*, *Gauß*, *Newton*, *Lalande*, *d'Alembert*, *Lagrange* und andere mathematische Autoren von Rang zu lesen und schirmte den sehr sensiblen, körperlich schwächlichen und anfälligen Niels Henrik vor den schlimmsten Übergriffen der Lehrer und Mitschüler ab.

Abel seinerseits machte sich in unglaublich kurzer Zeit die mathematischen Ergebnisse seiner Zeit zu eigen und fing bereits an, eigene Untersuchungen anzustellen. Er glaubte vorübergehend sogar, die seit Jahrhunderten vergeblich gesuchte Auflösung der allgemeinen algebraischen Gleichung fünften Grades in Radikalen gefunden zu haben; seine Lehrer und sogar die besten Mathematiker Norwegens vermochten nicht, über die Richtigkeit seiner Ansätze zu entscheiden. Diese öffentlich diskutierte Affäre trug Abel ein solches Ansehen und solche Empfehlungen ein, daß er 1821 an der Universität Oslo immatrikuliert werden konnte. Seine persönlichen Verhältnisse waren indes fast verzweifelt: Er war völlig mittellos, sein Elternhaus familiär zerrüttet und verschuldet, der Vater war am Scheitern seiner politischen und volksbildnerischen Reformpläne innerlich zerbrochen und schon 1820 verstorben, der ältere Bruder durch Krankheit erwerbsunfähig.

Um "das seltene Talent Abels der Wissenschaft zu erhalten", so hieß es in einem Antrag *Holmboes* an die Universitätsverwaltung, wurden Abel ausnahmsweise freie Unterkunft in der Universität sowie eine Art Taschengeld gewährt; auch für seinen in Oslo zur Schule gehenden jüngeren Bruder war noch aufzukommen. Freunde unter den Studenten, entferntere Verwandte und Fürsprecher unter den Professoren - im Hinblick auf die zu erwartenden wissenschaftlichen Leistungen - sicherten eine wenn auch kümmerli-

che Existenz; freundschaftlichen Rat und Familienanschluß fand er bei dem Osloer Professor *Chr. Hansteen*, der sich erfolgreich mit Erdmagnetismus beschäftigte und einigen Einfluß auf die Universitätsverwaltung besaß. Über die wissenschaftliche Arbeit Abels während der Studienzeit ist verhältnismäßig wenig bekannt. Man weiß, daß er sich mit den Wortführern einer Gruppe von jungen Enthusiasten der Naturwissenschaften anfreundete, mit dem späteren berühmten Zoologen *Chr. P. Boeck* und dem bedeutenden Geologen *B. M. Keilhau*. Im Jahre 1823 konnte in Norwegen, wo ein geregeltes wissenschaftliches Leben auf naturwissenschaftlichem Gebiet erst in Gang gesetzt werden mußte, eine erste wissenschaftliche Zeitschrift, das "Magazin for Naturvidenskaben", herausgegeben werden; einer der Herausgeber war *Hansteen*. *Abel* hat dort verschiedene kürzere Arbeiten publiziert, die typische Züge eines Autodidakten und zugleich auch die des reifenden Genies tragen. Beispielsweise tritt hier die erste explizite Problemstellung einer Integralgleichung auf. Notwendig war der Kontakt mit den Zentren der mathematischen Forschung. Durch eine private Zuwendung konnte *Abel* im Sommer 1823 eine Reise nach Kopenhagen unternehmen. Er kehrte mit den Erinnerungen an einen glücklichen und hochinteressanten Aufenthalt zurück; echte Hilfe und Anleitung aber für seine sich auf höchstem Niveau bewegendenden mathematischen Problemstellungen hatte er auch dort nicht erhalten können.

Im Vordergrund seines Interesses standen schon damals die Theorie der elliptischen Funktionen und die Auflösungstheorie algebraischer Gleichungen; auf diesen beiden Gebieten wird er in den wenigen Jahren, die ihm noch vergönnt sein sollten, als einer der bedeutendsten Mathematiker in die Geschichte eingehen. Ende 1823 schon gelangte *Abel* zu der Einsicht, daß die Auflösung der allgemeinen Gleichung des Grades fünf in Radikalen unmöglich ist. *Abel* hatte seine erste bedeutende mathematische Entdeckung gemacht. Er mußte übersehen, aus Mangel an Verbindungen zur wissenschaftlichen Welt, daß ihm hier schon ein anderer zuvorgekommen war, der Italiener *P. Ruffini*, der rund zweieinhalb Jahrzehnte vorher eben diese Entdeckung publiziert und einen in wesentlichen Teilen vollständigen Beweis dieser überraschenden Tatsache geliefert hatte. Erst später erfuhr *Abel* von *Ruffini*.

Die Universitätsbehörden in Oslo taten ihr Möglichstes, um *Abel* zu fördern. Unmöglich konnte *Abel*, ein so vielversprechendes Talent, weiterhin nur durch private Zuwendungen in die Lage versetzt sein, zu studieren und zu forschen. Auf Grund dringender und wohlüberlegter Vorstellungen, insbesondere durch Professor *Hansteen*, wurden *Abel* ein bescheidenes, aber ausreichendes Stipendium gewährt sowie die finanziellen Mittel bereitgestellt, die es ihm ermöglichen sollten, auf einer Reise durch den europäischen Kontinent wichtige mathematische Zentren zu besuchen und insbesondere in Paris persönlichen Kontakt mit den führenden Mathematikern zu pflegen. Dort lebte *A. M. Legendre*, der beste Kenner der elliptischen Funktionen; dort wirkte *A. L. Cauchy*, einer der schärfsten Denker auf dem Gebiet der Analysis. Alles schien sich zum besten zu fügen. *Abel* ließ auf eigene Kosten seine Abhandlung über die Unmöglichkeit der Auflösung der Gleichung fünften Grades drucken, bereitete sich durch Sprachenstudium auf seine Reise vor und feierte im Kreise seiner Freunde Verlobung mit einem sehr netten Mädchen. Hochzeit sollte nach seiner Rückkehr sein, dann, wenn ihm als einem anerkannten Mathematiker von Rang eine Anstellung an der Universität Oslo zufallen würde. Dann, so hoffte er, würde er auch seinen Geschwistern helfen können.

Im Sommer 1825 reiste *Abel* ab; in Kopenhagen traf er sich mit seinem Freund *Boeck* und zwei weiteren Osloer Studenten, die gleich ihm zu Studienzwecken ins Ausland geschickt wurden. Im "Magazin" schrieb Professor *Hansteen*: "Diese jungen Männer repräsentieren die Hoffnung auf unsere Zukunft." Die Reise führte *Abel* von Kopenhagen zunächst nach Altona bei Hamburg, zu dem mit *Gauß* befreundeten berühmten Astronomen *H. Chr. Schumacher*. Den Winter verbrachte *Abel* in Berlin, herzlich aufgenommen insbesondere von dem Oberbaurat *A. L. Crelle*. *Crelle* war ein bedeutender und einflußreicher Ingenieur, auf den zum Beispiel die Projektierung der preußischen Staatsstraßen und der ersten preußischen Eisenbahn zwischen Berlin und Potsdam zurückgehen. Leidenschaftlich förderte er, selbst Autor mathematischer Abhandlungen, die Entwicklung der Mathematik in Preußen und rief gerade um diese Zeit die später in Deutschland führende mathematische Zeitschrift "Journal für die reine und angewandte Mathematik" ins Leben. *Crelle* ermunterte *Abel*, seine Ergebnisse in druckfertigen Abhandlungen niederzulegen. *Abel* arbeitete in knapp vier Monaten sechs Abhandlungen aus, die in Band 1 des *Crelle*-schen Journals aufgenommen wurden. Mindestens zwei davon gehören zu den Marksteinen in der Geschichte der Mathematik. Die Abhandlung "Beweis der Unmöglichkeit der algebraischen Auflösbarkeit der allgemeinen Gleichungen, welche den vierten Grad übersteigen", beantwortete ein jahrhundertlang diskutiertes Problem, ging weit über *Ruffini* hinaus und gehört noch heute zu den klassischen Bestandteilen der Mathematik. Die Abhandlung "Über die binomische Reihe" trug wesentlich zur Verschärfung

der Grundlagen der Analysis bei, indem sie die Konvergenztheorie unendlicher Reihen präziserte. Diesen Sachverhalt bezeichnet man heute als Abelschen Stetigkeitssatz.

Alles in allem gehörten die Monate in Berlin zu der glücklichsten Periode in Abels Leben. *Crelle* blieb fortan für Abel ein echter väterlicher Freund und bemühte sich nach Kräften um dessen wissenschaftliche und berufliche Karriere.

Abels Reise führte weiter über Freiberg, Dresden, Wien, über einen längeren Abstecher nach Venedig schließlich im Juli 1826 nach Paris. Dort blieb er bis Jahresschluß. Indes, Abels hochgesteckte Erwartungen sollten sich nicht erfüllen. Zu selbstbewußt, war der Kreis der -unbestreitbar führenden- französischen Mathematiker, als daß ein fast Unbekannter dort hätte ohne weiteres Fuß fassen können. Insbesondere erwies sich die Annäherung an *Cauchy* als unmöglich, der, selbst in einem wahren Schaffensrausch mathematischer Untersuchungen begriffen, Arbeiten anderer Mathematiker nicht die gebührende Aufmerksamkeit entgegenbringen konnte und wollte. In einem Brief an Holmboe urteilt Abel: "Cauchy ist närrisch und es gibt keinen Weg, mit ihm zurechtzukommen, obgleich er gegenwärtig der Mathematiker ist, der am besten weiß, wie Mathematik gemacht werden sollte."

Am 30. Oktober 1826 überreichte Abel der Pariser Akademie seine großangelegte "Untersuchung über eine allgemeine Eigenschaft einer sehr verbreiteten Klasse transzendenter Funktionen", die das sogenannte "Abelsche Theorem" enthält. Grob gesprochen, handelt es sich um eine außerordentliche Verallgemeinerung des Additionstheorems der elliptischen Integrale.

Dieses Manuskript betrachtete Abel als Schlüssel, der ihm den Eintritt in den exklusiven Kreis der französischen Gelehrten eröffnen sollte. Er wußte, mit Recht, daß seine Ergebnisse bedeutend waren. Cauchy war von der Akademie beauftragt, das Gutachten anzufertigen. Cauchy aber - leider ist Abels Fall nicht der einzige geblieben - schreckte vor der Länge und Schwierigkeit des Manuskriptes zurück, weil es ihm, zuviel Zeitverlust bei der Ausarbeitung seiner Ergebnisse gekostet hätte, und verlegte das Manuskript. Erst weit nach Abels Tode konnte durch eine offizielle diplomatische Aktion der norwegischen Regierung das Abelsche Manuskript wiedergefunden und zum Druck befördert werden.

Während Abel geduldig zunächst und dann resignierend auf Antwort von der Akademie wartete - er sollte sie nie erhalten -, stieß er zu neuen tiefen Einsichten vor. Der jahrhundertlang diskutierten Frage nach der Auflösbarkeit in Radikalen bei den Gleichungen höheren als vierten Grades gewann er die neue Fragestellung ab, alle diejenigen Gleichungen aufzustellen, die in Radikalen, also in Wurzelzeichen, auflösbar sind. Nach der Rückkehr nach Norwegen wird Abel bis zur Einsicht in die fundamentale Rolle der nach ihm benannten Abelschen Gruppen vorstoßen.

In Paris erhielt Abel zugleich wesentliche Anregungen für neue Wege zur Behandlung des zweiten ihm besonders interessierenden Gebietes, der Theorie der elliptischen Integrale. Legendre hatte in seinem dreibändigen Werk über die Integralrechnung auch die elliptischen Integrale behandelt und bereitete in den Jahren von Abels Pariser Aufenthalt eine Neuauflage vor. Abel aber faßte diese Probleme von einem prinzipiell neuen Gesichtspunkt an und eröffnete damit ein außerordentlich ergiebiges neues Feld mathematischer Forschung. Die ersten, aber schon weitgreifenden Resultate der "Untersuchungen über elliptische Funktionen" erschienen 1827 und 1828 in *Crelles Journal*.

Viele Briefe Abels aus seiner Pariser Zeit zeugen von seiner hohen Wertschätzung für das Leistungsvermögen der französischen Mathematiker, insbesondere Cauchys, zugleich aber von seiner Enttäuschung über deren reservierte Haltung.

Mit reichem wissenschaftlichen Gewinn, aber ohne die erhoffte - und wie sich bald zeigen sollte, dringend benötigte - offizielle Anerkennung verließ Abel in niedergedrückter Stimmung Ende 1826 Paris. Über Berlin, wo sich *Crelle* wieder herzlich seiner annahm, ohne ihm jedoch eine halbwegs vernünftige feste Anstellung bieten zu können, kehrte Abel 1827 nach Norwegen zurück. Einen Besuch bei *Gauß* in Göttingen hat Abel offensichtlich gescheut, wohl, weil er durch Legendre übertriebene Vorstellungen von dessen Unnahbarkeit hatte.

Zu Hause, in Oslo, gestalteten sich Abels Verhältnisse keineswegs so, wie er bei seiner Abreise hatte erwarten dürfen. Sein Freund und Förderer, Professor Hansteen, befand sich auf einer langdauernden wissenschaftlichen Expedition in Sibirien. Die erhoffte Anstellung an der Osloer Universität war nicht möglich; er fand nur eine Lehramtsstellung an einer neugegründeten Militärakademie und vorübergehend eine Aushilfsstellung an der Universität. Die Bindungen zu seiner Verlobten hatten sich gelockert. Die Familienverhältnisse, insbesondere die Lage seiner Geschwister, waren noch immer völlig verzweifelt. Das Schlimmste aber stellte sich nach der Rückkehr in das rauhe norwegische Klima heraus: er litt an Lungentuberkulose. All das verstärkte die ohnedies vorhandene Labilität in Abels psychischer Kon-

stitution.

Einzig die Mathematik, seine fast spielerisch gewonnenen und dabei sehr tiefliegenden Einsichten, gewährten ihm Ausgleich für alle Kümernisse. Abel befand sich mit dem aus einer Potsdamer Bankiersfamilie stammenden *C. G. J. Jacobi*, der unter besten sozialen Bedingungen sich die Mathematik hatte aneignen können, in einem mathematischen Wettlauf, der in der Geschichte der Mathematik seinesgleichen sucht. Von Sorgen um seine Zukunft niedergedrückt, grenzt es fast ans Wunderbare, wie er seinem schwächer werdenden Körper noch diese großartigen Ergebnisse hatte abringen können.

Ebenfalls im Anschluß an Legendre hatte Jacobi im September 1827 ein erstes allgemeines Theorem publiziert, wonach das elliptische Integral allgemeine rationale Transformationen gestattet. Gegen Ende des Jahres fand auch *Jacobi* den Inversionsgedanken und machte von der doppelten Periodizität der elliptischen Funktionen Gebrauch. Abel seinerseits verallgemeinerte im Mai 1828 die Jacobische Transformationstheorie wesentlich. Jacobi, ein gerechter Beurteiler der Abelschen Leistung, war der Bewunderung voll und lobte dessen Leistung in einem überschwenglichen Brief an Legendre. Jacobi wiederum antwortete mit der Veröffentlichung der von ihm neu gefundenen Ergebnisse, ohne Beweis allerdings, in *Crelles Journal* und ließ 1829 ein selbständiges und für die ganze Theorie der transzendenten Funktionen grundlegendes Werk "Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum" (Neue Grundlagen einer Theorie der elliptischen Funktion) erscheinen.

Zur Antwort ist Abel nicht mehr gekommen. Ende 1828, Anfang 1829 verschlechterte sich Abels Gesundheitszustand sehr rasch. Auch die Pflege bei Freunden in Froland, nahe Arendal, vermochte ihn nicht zu retten. Er starb am 6. April 1829.

Das Lebensende von Abel besitzt tragische Züge. Während Abel in den Jahren 1828 und 1829 zunehmend körperlich verfiel, setzte sich seine Anerkennung als hochbegabter Mathematiker in Europa durch. Vielerorts suchte man ihm eine angemessene Berufung an eine Universität zu verschaffen. Schumacher setzte sich ein, Jacobi und Legendre korrespondierten darüber, Gauß drückte seine hohe Anerkennung für Abel aus, und gegen Ende 1828 stand sein energischer Fürsprecher, Crelle, mit der Berliner Universität in ernstesten Berufungsverhandlungen für Abel. Zwei Tage nach Abels Tode, von dem Crelle der damals noch schlechten Postverbindung wegen nichts wissen konnte, erhielt Crelle die Zusage, daß eine Berufung für Abel nach Berlin ergehen werde. Sie kam zu spät, um Jahre zu spät für die gesicherte Zukunft eines der bedeutendsten mathematischen Genies.