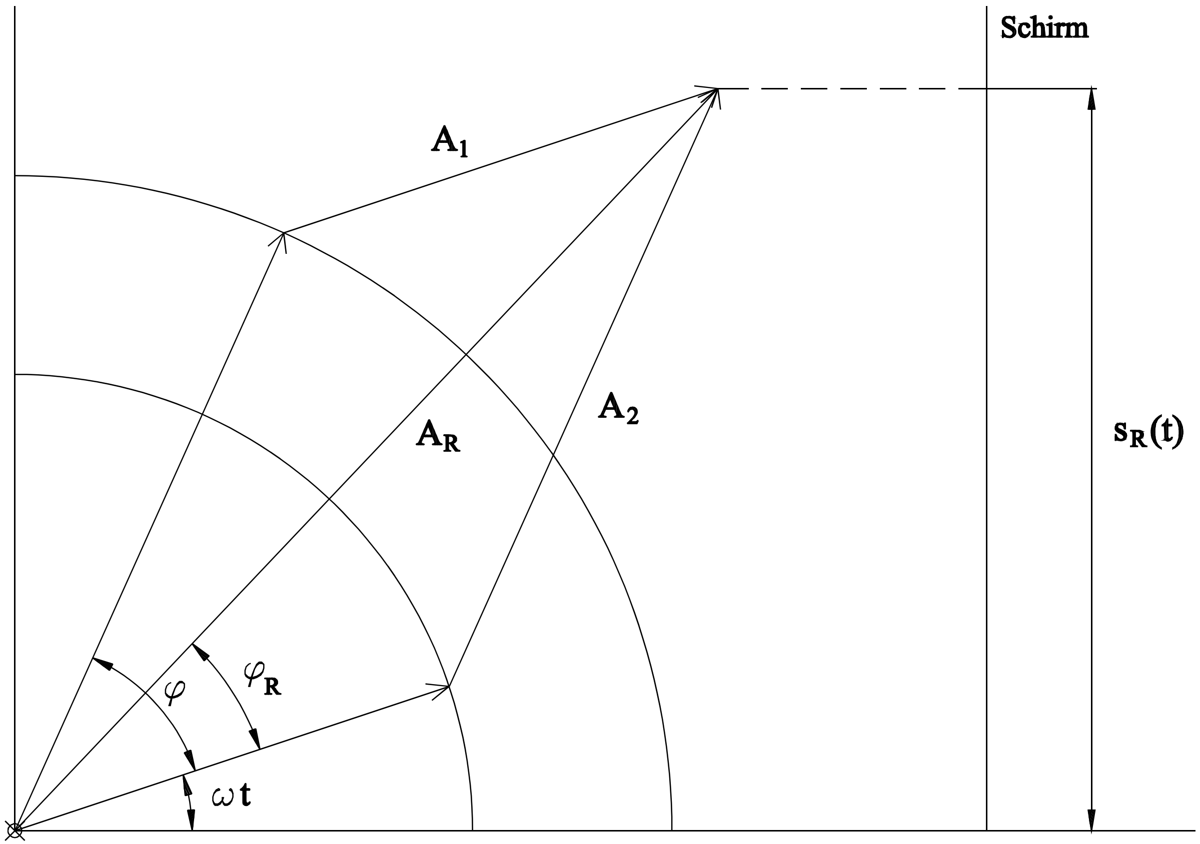
Zur Superposition frequenzgleicher harmonischer Schwingungen



Nach Kosinussatz gilt:

$$A_R^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\pi - \varphi)$$

Damit ergibt sich für die resultierende Amplitude A_R:

$$\Rightarrow \quad A_R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot \cos(\varphi)}$$

Nach Sinussatz und Additionstheorem gilt:

$$\frac{A_2}{\sin(\varphi_R)} = \frac{A_1}{\sin(\varphi - \varphi_R)}$$

$$\Leftrightarrow \quad A_2 \cdot \sin(\varphi - \varphi_R) = A_1 \cdot \sin(\varphi_R)$$

$$\Leftrightarrow \quad A_2 \cdot \left[\sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi_R) - \cos(\varphi) \cdot \sin(\varphi_R)\right] = A_1 \cdot \sin(\varphi_R)$$

$$\Leftrightarrow \quad A_2 \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\varphi_R) = \sin(\varphi_R) \cdot \left[A_1 + A_2 \cdot \cos(\varphi)\right]$$

Damit ergibt sich für die resultierende Phasenverschiebung φ_R:

[selbstverständlich bezogen auf die momentane Phase $\omega \cdot t$ der *harmonischen Schwingung* mit $s_1(t) = A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$]

$$\Leftrightarrow \quad \tan(\varphi_R) = \frac{A_2 \cdot \sin(\varphi)}{A_1 + A_2 \cdot \cos(\varphi)}$$