

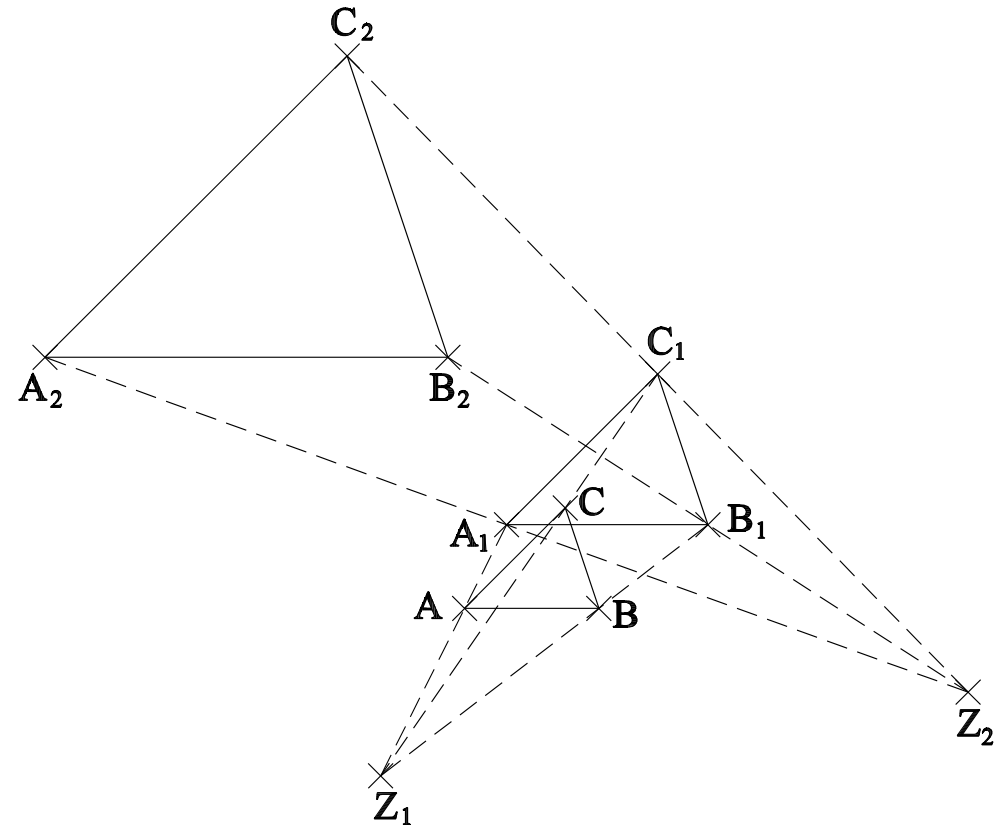
Vergrößern und Verkleinern

oder, ... eine zentrische Streckung kommt selten allein

Nebenstehend ist ein Dreieck $\triangle ABC$ zuerst durch eine zentrische Streckung S_{Z_1, k_1} , danach das Bilddreieck mit einer zentrischen Streckung S_{Z_2, k_2} abgebildet worden.

Aufgaben:

- 1) Ein Vergleichsmaßstab fehlt in der Skizze. - Ergänze die Konstruktion geeignet und gib die Größe der Streckungsfaktoren an.
- 2) Untersuche, ob sich die Hintereinanderausführung $S_{Z_2, k_2} \circ S_{Z_1, k_1}$ dieser beiden Abbildungen durch eine Abbildung ersetzen läßt. Wenn es eine zentrische Streckung sein könnte, dann konstruiere das zugehörige Streckzentrum Z_3 und gib (begründet) die Größe des zugehörigen Streckfaktors an.
- 3) Untersuche im obigen Fall durch Konstruktion, ob die Hintereinanderausführung zweier zentrischer Streckungen mit verschiedenen Streckzentren kommutativ ist, d.h. ergibt sich dasselbe Dreieck $\triangle A_2 B_2 C_2$, wenn man das Ausgangsdreieck zuerst mit der Streckung S_{Z_2, k_2} und danach mit S_{Z_1, k_1} streckt!?



- 4) Der Streckungsfaktor k_2 wird nun verändert in: $k_2 := \frac{2}{3}$.

Konstruiere das veränderte (End-) Dreieck $\triangle A_2 B_2 C_2$, das sich bei der Hintereinanderausführung $S_{Z_2, k_2} \circ S_{Z_1, k_1}$ ergibt.

Untersuche wiederum, ob sich diese Hintereinanderausführung $S_{Z_2, k_2} \circ S_{Z_1, k_1}$ durch eine Abbildung ersetzen läßt. Wenn es eine zentrische Streckung sein könnte, dann konstruiere das zugehörige Streckzentrum Z_3 und gib (begründet) die Größe des zugehörigen Streckfaktors an.

- 5) (Hausaufgabe): Untersuche, ob die Hintereinanderausführung zentrischer Streckungen mit verschiedenen Streckfaktoren assoziativ ist. - Es genügt, diese Untersuchung an einer Beispielstrecke durchzuführen.

Tipp: Blatt quer und zuvor geeignete Zentren und Streckfaktoren wählen, so dass die Gesamtkonstruktion noch auf das Blatt passt. Mit Hilfslinien sparsam umgehen.

Vergrößern und Verkleinern oder, ... eine zentrische Streckung kommt selten allein

Eine mögliche Lösung der Hausaufgabe:

Die Streckungsfaktoren sind:

$$\mathbf{k}_1 = \frac{3}{2}$$

$$\mathbf{k}_2 = \frac{5}{3}$$

$$\mathbf{k}_3 = \frac{6}{5}$$

Die Strecke AB wurde einerseits gestreckt durch:

$$\text{a) } \mathbf{S}_{Z_3, k_3} \circ (\mathbf{S}_{Z_2, k_2} \circ \mathbf{S}_{Z_1, k_1}) = \mathbf{S}_{Z_3, k_3} \circ \mathbf{S}_{Z_4, k_4}$$

andererseits auch durch:

$$\text{b) } (\mathbf{S}_{Z_3, k_3} \circ \mathbf{S}_{Z_2, k_2}) \circ \mathbf{S}_{Z_1, k_1} = \mathbf{S}_{Z_5, k_5} \circ \mathbf{S}_{Z_1, k_1}$$

Bezeichne die Punkte der Bildstrecken geeignet, kennzeichne die Zentren Z_4 und Z_5 und gib die Größen der Streckungsfaktoren k_4 und k_5 an.

Begründe, dass die resultierende Abbildung im Fall a) und im Fall b) dieselbe ist (nämlich wieder eine zentrische Streckung). Kennzeichne das Streckzentrum Z^* und gib die Größe des Streckungsfaktors k^* an.

Z^* muss einerseits auf einer Geraden durch ... liegen, andererseits auch auf einer Geraden durch ... !? - Wo sind diese Geraden?

