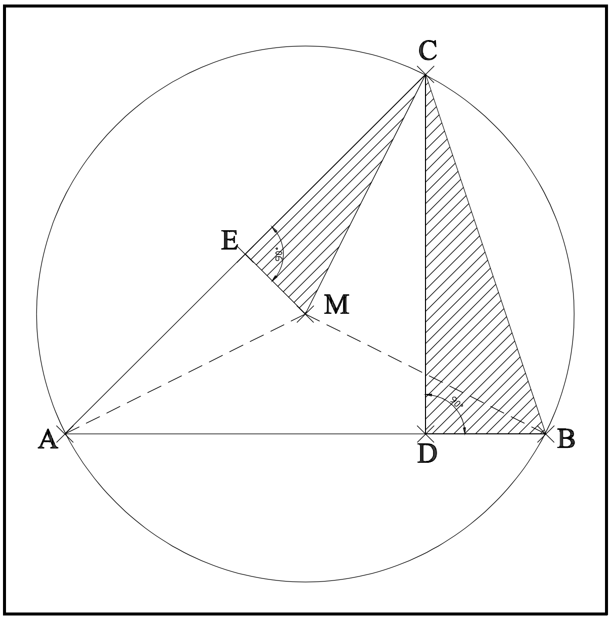
Ähnliche Dreiecke IV

oder: ... ein weiteres mal Flächeninhalte und Verhältnisgleichungen

1) Gegeben ist ein Dreieck ΔABC und sein Umkreis mit Radius r_u.



Zeige:[1]

a) Die Dreiecke ΔDBC und ΔEMC sind ähnlich.

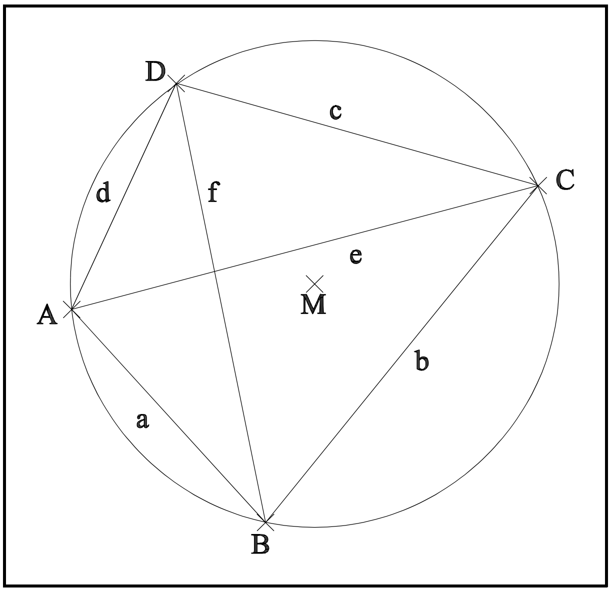
b) $$h_c = \overline{DC} = \frac{a \cdot b}{2 \cdot r_u}$$

c) $$\boxed{\mathbf{A}_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot r_u}}$$

Bestätige die Beziehung aus Teil c) durch Konstruktion und Messung an einem selbstgewählten Beispiel.

Nenne weitere Möglichkeiten zur Bestimmung des Flächeninhalts eines Dreiecks, die dir aus dem vorherigen Unterricht bekannt sind.

2) Uns sind die folgenden Gleichungen des indischen Mathematikers Brahmagupta (598 - 660) für ein Sehnenviereck bekannt:[2]



$$\frac{e}{f} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{a \cdot b + c \cdot d}$$

$$e^2 = \frac{(ac + bd) \cdot (ad + bc)}{(ab + cd)}$$

$$f^2 = \frac{(ac + bd) \cdot (ab + cd)}{(ad + bc)}$$

Bestätige unter Verwendung der obigen Beziehungen und Aufgabenteil 1c), dass für den Flächeninhalt eines Sehnenvierecks auch gilt:

$$\boxed{\mathbf{A}_\square^2 = \frac{(ab + cd) \cdot (ac + bd) \cdot (ad + bc)}{16 \cdot r_u^2}}$$

Bestätige diese Beziehung durch Konstruktion und Messung an einem selbstgewählten Beispiel.

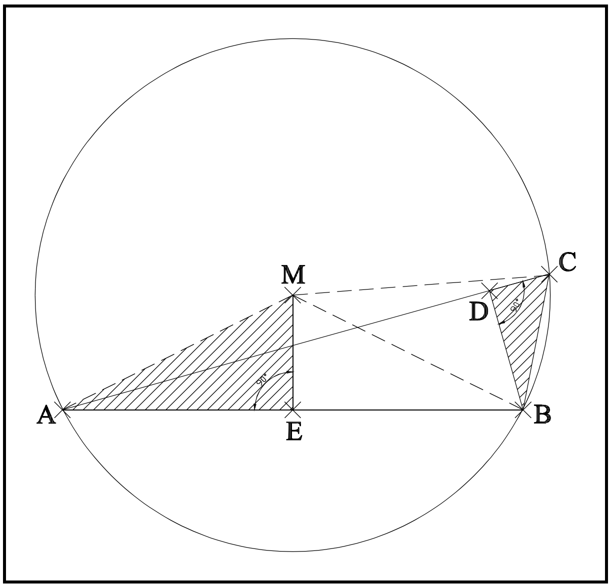
1 Quelle: Alsina/Nelson: On the Diagonals of a Cyclic Quadrilateral (Forum Geometricorum Volume 7: 147 - 149)

2 Arbeitsblatt: Ähnliche Dreiecke III

Ähnliche Dreiecke IV

oder: ... ein weiteres mal Flächeninhalte und Verhältnisgleichungen

3) (Hausaufgabe) Zu untersuchen ist bei Aufgabe 1) natürlich noch der stumpfwinklige Fall. - Gegeben ist ein Dreieck ΔABC und sein Umkreis mit Radius r_u. Der Mittelpunkt des Umkreises liegt nun außerhalb des Dreiecks.



<u>Zeige:</u>

a) Die Dreiecke ΔDBC und ΔEMA sind ähnlich.

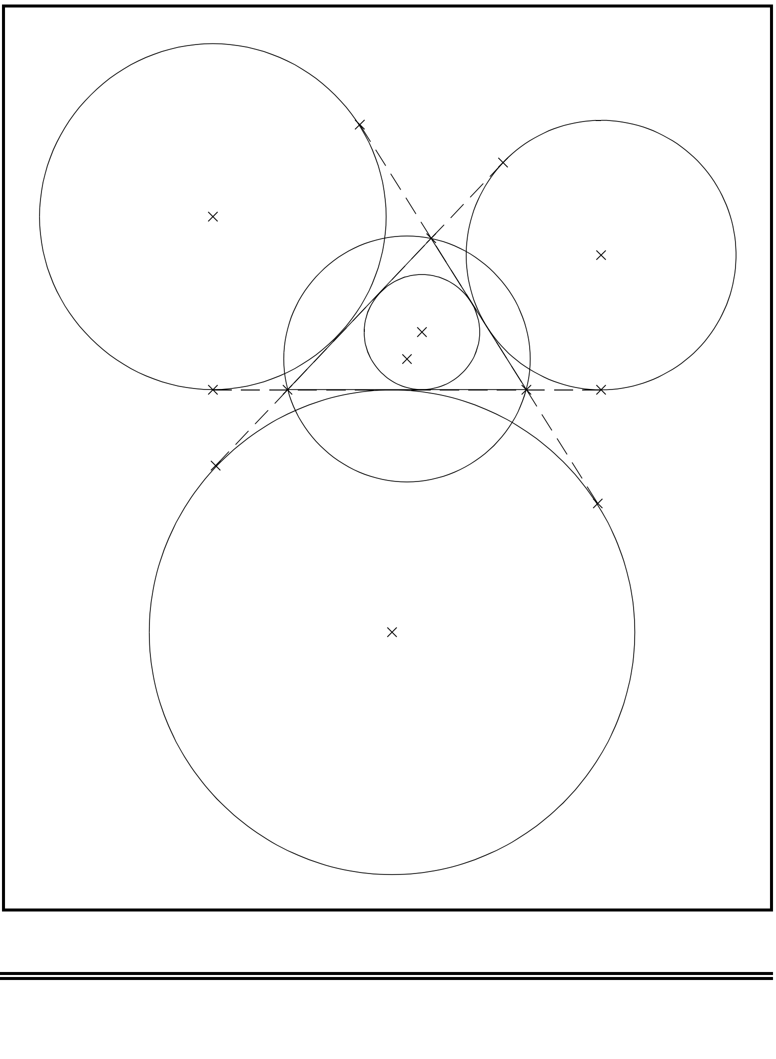
b) $$h_b = \overline{DB} = \frac{a \cdot c}{2 \cdot r_u}$$

c) $$\boxed{\mathbf{A_\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot r_u}}$$

Bestätige die Beziehung aus Teil c) wiederum durch Konstruktion und Messung an einem selbstgewählten Beispiel.

---

4) Gegeben sei ein Dreieck ΔABC mit den Maßen: a := 6 cm; b:= 7 cm; c := 8 cm.



Bestätige die folgende Gleichung und berechne danach die Radiusgröße des Umkreises.

$$\mathbf{r_u} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}}$$

Berechne auch die Maße der Radien $\mathbf{r_a}$, $\mathbf{r_b}$ und $\mathbf{r_c}$ der drei Ankreise und des Radius $\mathbf{r_i}$ des Innenkreises und überprüfe die Rechnung durch Konstruktion. Achte dabei auf eine vernünftige Anordnung auf dem Zeichenblatt (rechts eine Prinzipskizze).

Falls du benötigte Beziehungen vergessen hast, sieh dir noch einmal das Arbeitsblatt: “Flächeninhalt eines Dreiecks - ohne Messung” an.