Umkreis und Mittelsenkrechte

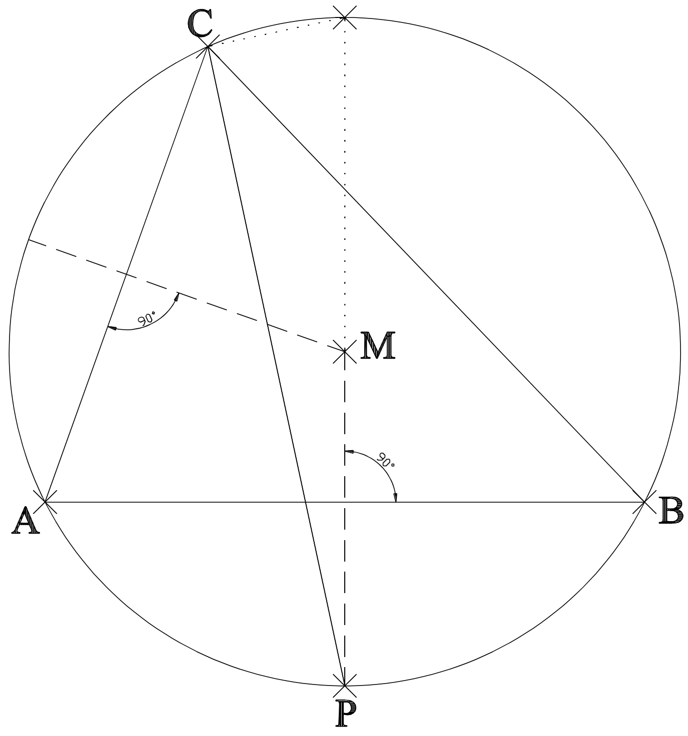
Wir begeben uns ein weiteres Mal auf Entdeckungsreise.

Zeichne in dein Heft ein beliebiges, spitzwinkliges Dreieck ΔABC.
Aber bitte nicht zu klein und nicht den Spezialfall eines gleichschenkligen Dreieckes.
Konstruiere danach den Umkreis des Dreiecks.

Die Mittelsenkrechte $\mathbf{m_{AB}}$ schneidet den Umkreis in zwei Punkten. Kennzeichne denjenigen der zwei Punkte mit **P**, so dass die Strecke **CP** durch das Dreieck verläuft. Zeichne **CP.**

Untersuche die Figur auf Besonderheiten!
Schon etwas entdeckt?
Vergleiche mit den Untersuchungsergebnissen der Nachbarn!

<u>Deine Behauptung:</u>



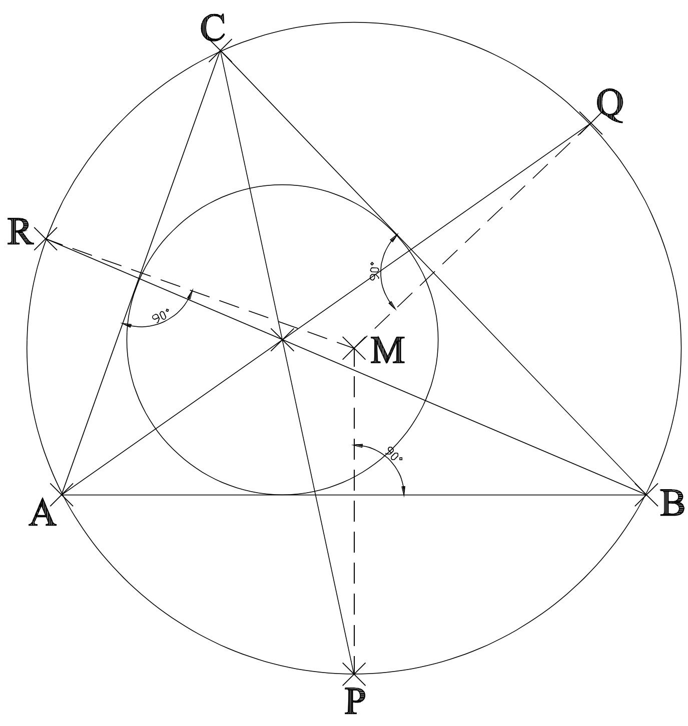
Es liegt natürlich nahe, die obige Konstruktion entsprechend auch noch mit den anderen beiden Mittelsenkrechten durchzuführen.

Kennzeichne die entsprechenden Schnittpunkte der Mittelsenkrechten mit dem Umkreis durch **Q** und **R** und zeichne die Strecken **AQ** und **BR**.

Ist das Ergebnis mit deiner obigen Behauptung verträglich?

Hier sieht es so aus, als verliefen die Strecken **CP**, **AQ** und **BR** durch <u>einen</u> Punkt und dieser Punkt wäre der Mittelpunkt des Innenkreises.

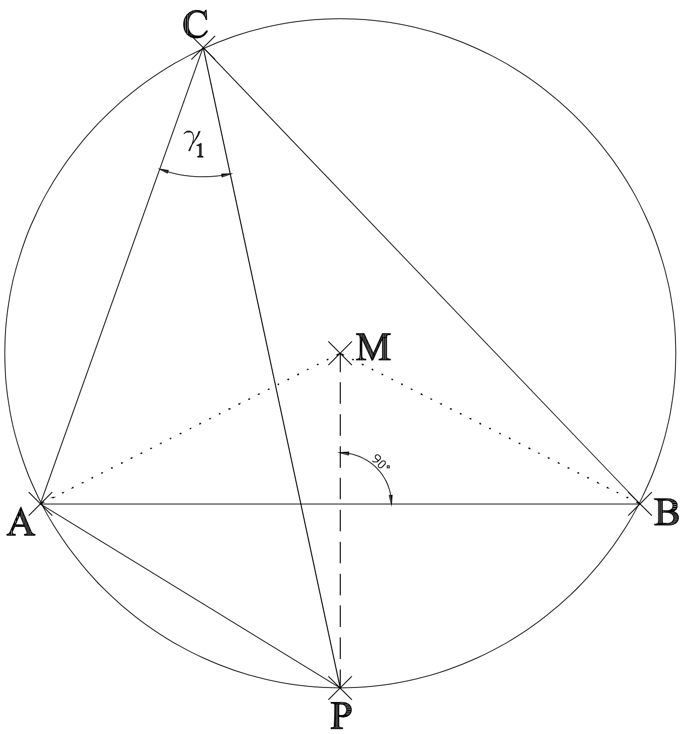
Das hieße doch, dass .....



Aber durch Zeichnen kann man nichts beweisen! - Es hilft nichts, wir müssen den Sachverhalt durch früher gelernte und nun bekannte Sätze begründen.

Umkreis und Mittelsenkrechte
Wir begeben uns ein weiteres Mal auf Entdeckungsreise.

Wir wollen beweisen, dass **CP** auf der Winkelhalbierenden $\mathbf{w}_\gamma$ liegt.



In der nebenstehenden Skizze sind die Sehne **AP** und die zwei Hilfsstrecken **AM** und **BM** hinzugefügt worden.

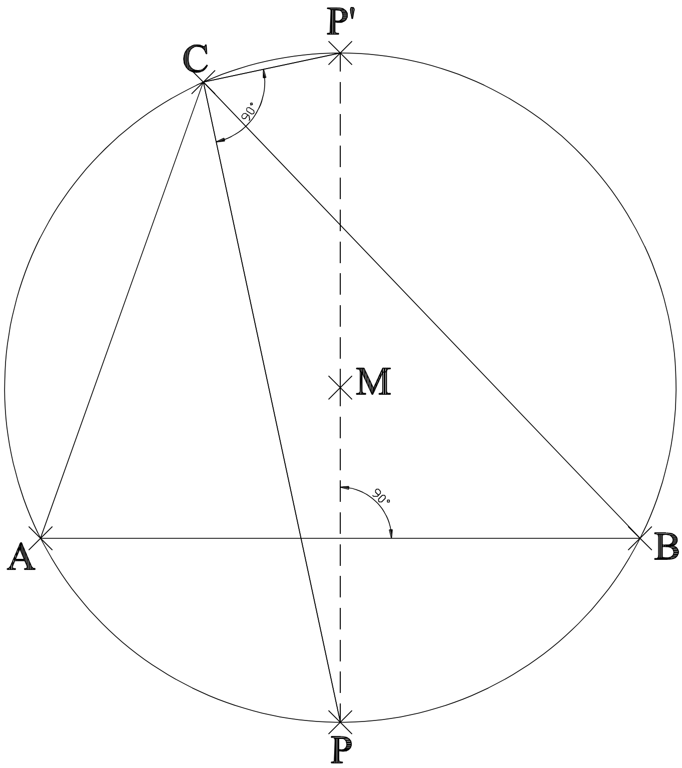
<u>Begründe</u> die folgenden Beweisschritte:

- $\overline{\gamma_1} = \frac{1}{2} \cdot \overline{\sphericalangle AMP}$
- $\overline{\gamma_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{\sphericalangle PMB}$
- $\overline{\sphericalangle AMP} = \overline{\sphericalangle PMB}$
- $\overline{\gamma_1} = \overline{\gamma_2}$ qed.

Ein erstaunliches Ergebnis! - Über die Mittelsenkrechten eines Dreiecks ΔABC und seinen Umkreis haben wir geschickt die Winkelhalbierenden und den Innenkreis konstruiert!

Übrigens:

Wenn wir <u>beide</u> Schnittpunkte **P** und **P’** der Mittelsenkrechten $\mathbf{m}_{\mathbf{AB}}$ mit dem Umkreis kennzeichnen und dann die Strecken **CP** und **CP’** einzeichnen, so sind diese Strecken senkrecht zueinander. - Wieso eigentlich?



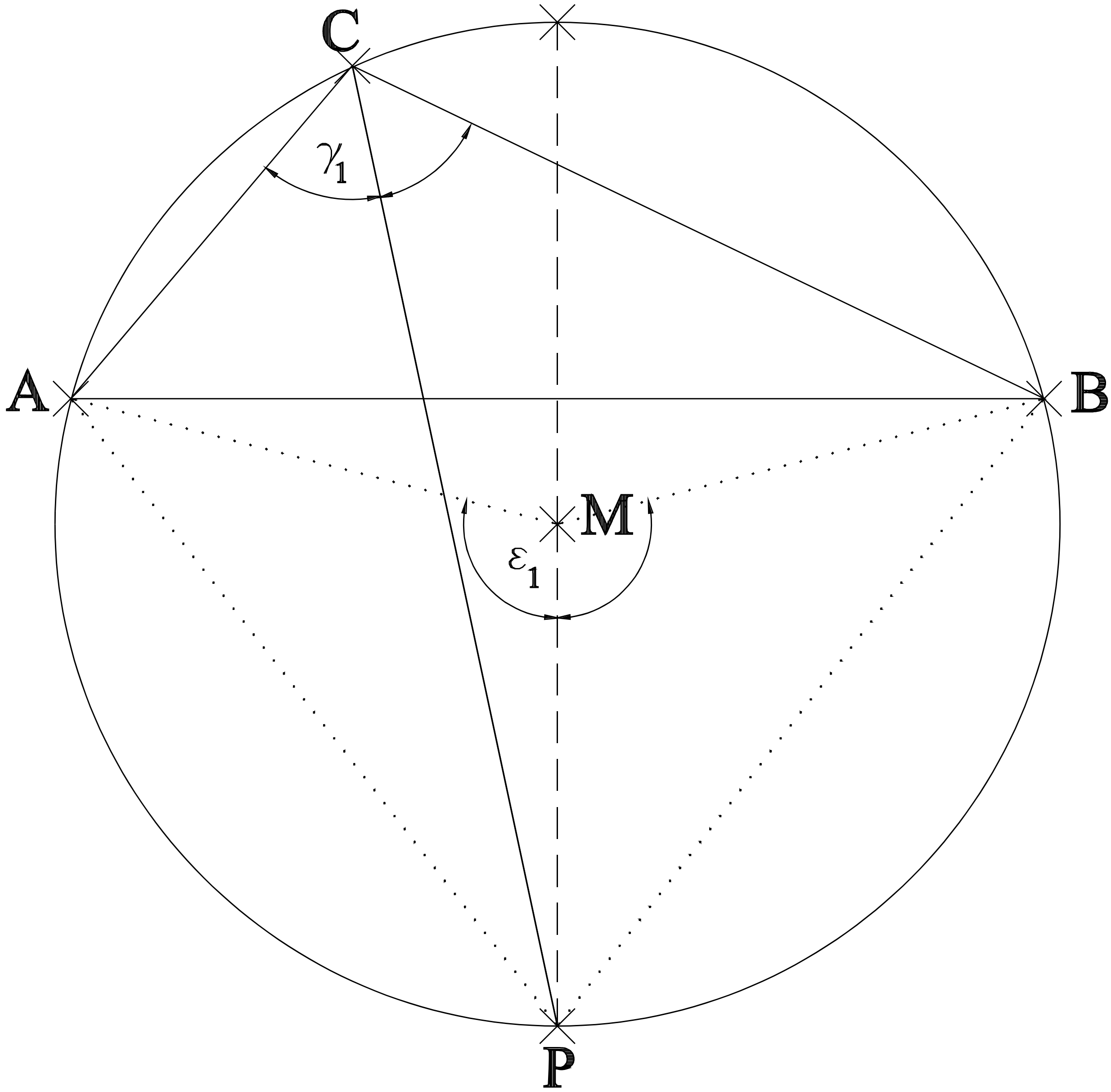
<u>Hausaufgabe:</u>

Untersuche den Sachverhalt, zunächst durch Konstruktion, für den Fall, dass das Dreieck ΔABC stumpfwinklig ist.

Versuche auch für diesen Fall eine Beweisführung, wenn du den Sachverhalt konstruktiv bestätigen konntest.

Umkreis und Mittelsenkrechte
Wir begeben uns ein weiteres Mal auf Entdeckungsreise.

<u>Zur Hausaufgabe:</u>



<u>Beweisschritte:</u>