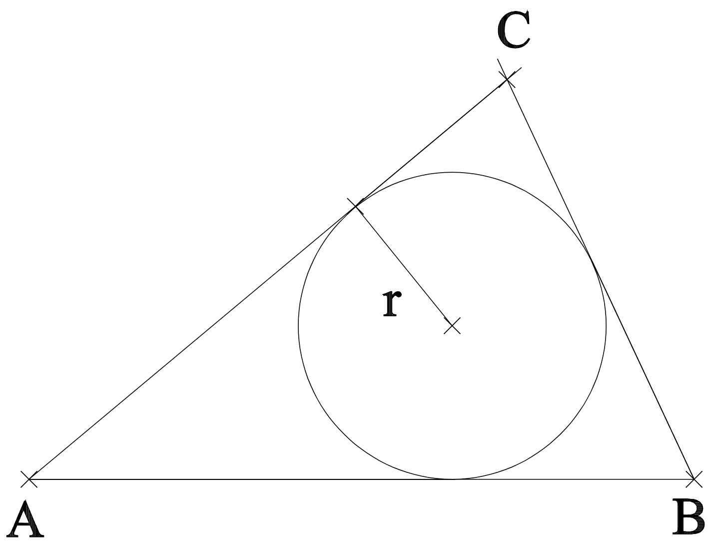
Flächeninhalt und Umfangslänge
Wer findet den Zusammenhang ?

Aufgabe 1:

Zeichne in dein Heft einen Kreis mit beliebigem Radius **r** (aber bitte nicht zu klein), und konstruiere ein umbeschriebenes Dreieck.

Deine Zeichnung könnte etwa so aussehen wie die nebenstehende Skizze. Beachte, dass der Radius senkrecht zu einer Seite im Berührpunkt verläuft.

Miss nun die 3 Seitenlängen deines Dreiecks und die Größe von **r**.[1]



c = $\overline{AB}$ =

a = $\overline{BC}$ =

b = $\overline{AC}$ =

r =

Die Summe der drei Seitenlängen eines Dreiecks nennt man die Umfangslänge **U**. - Bilde nun das Produkt:

U · r =

Das Produkt zweier Streckenlängen stellt sicher einen Flächeninhalt dar. - Jedoch welchen?

....

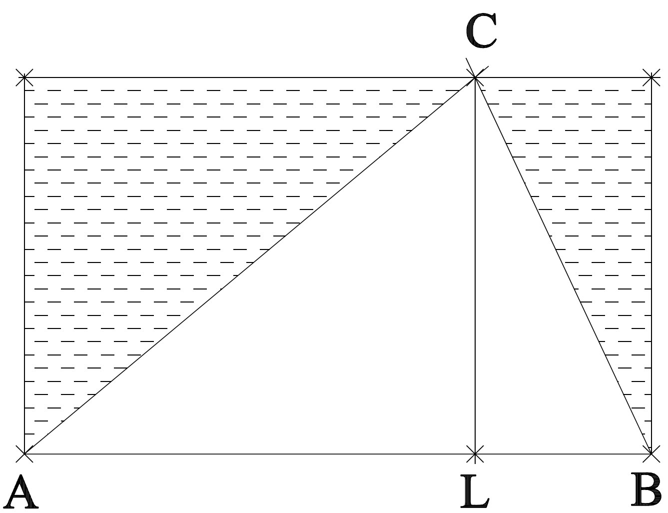
Aufgabe 2:

Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ΔABC.

Wie geht das eigentlich? - Fälle vom Punkt C das Lot auf die Grundseite AB und miss die Höhe:

$\mathbf{h_c}$ = $\overline{LC}$ =

Mit Hilfe der schraffierten Ergänzung der Figur ist es sicher möglich, den Flächeninhalt $\mathbf{A_\Delta}$ zu bestimmen.



$\mathbf{A_\Delta}$ =

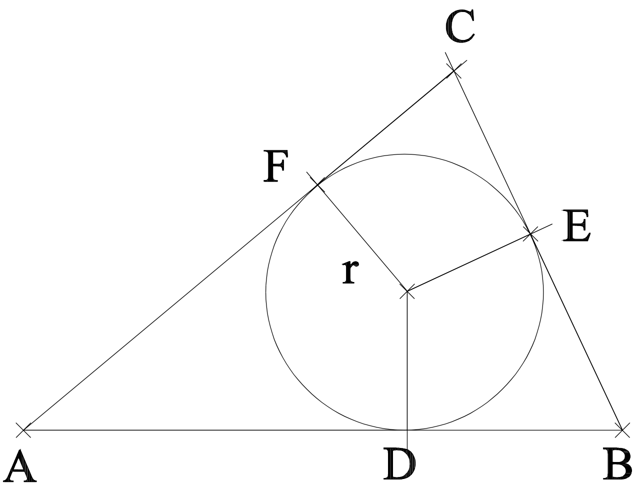
Gibt es einen Zusammenhang zu der vorherigen Größe **U · r** ? - Vergleiche mit den Ergebnissen deiner Nachbarn.

....

[1] Eigentlich sind die Messwerte nur Näherungswerte. Wir verwenden hier dennoch das Zeichen: '=' statt '≈'.

Flächeninhalt und Umfangslänge
Wer findet den Zusammenhang ?

<u>Aufgabe 3:</u>



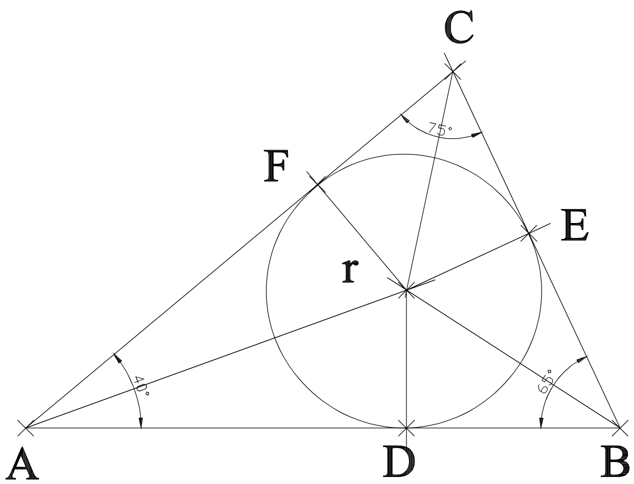
Konstruiere die erste Figur mit deinen Maßen in anderer Reihenfolge! - Beginne mit der Dreiecks-konstruktion und konstruiere danach den Innenkreis!

Kennzeichne auch die Berührpunkte des Kreises mit dem Dreieck, etwa so wie in der nebenstehenden Figur.

Moment einmal, - wie findet man eigentlich den Mittelpunkt des Innenkreises ?

Wer wirklich fit ist, der konstruiert Kreis und Berührpunkte nur mit Zirkel und Lineal nach den Grundkonstruktionen der Griechen (möglichst wenig Hilfslinien einzeichnen)!

<u>Aufgabe 4:</u>

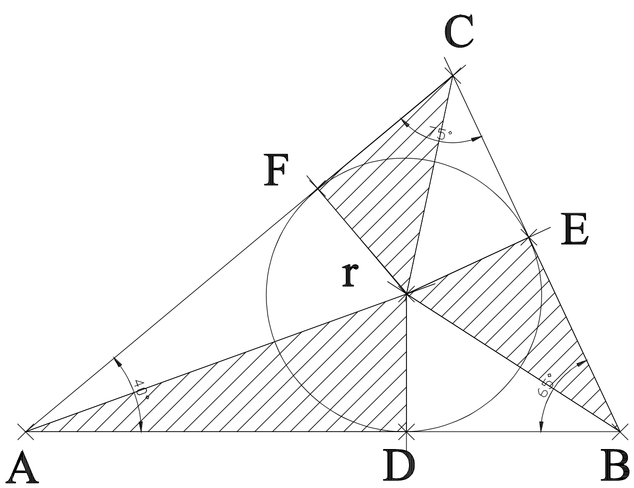


Begründe, dass der Mittelpunkt des Innenkreises der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ist.

Kennzeichne die Winkel geeignet!

Durch die Lote und die Winkelhalbierenden, die sich alle im Mittelpunkt des Innenkreises treffen, wird das Dreieck in 6 Teildreiecke zerlegt.

<u>Aufgabe 5:</u> (Das ist die Krönung!)



Begründe, das jeweils 2 Teildreiecke kongruent sind und dass sich diese 2 Teildreiecke zu jeweils einem Rechteck zusammenlegen lassen.

Bestimme den Flächeninhalt des Dreieckes über diese 3 Rechtecke!

Bei jedem dieser Rechtecke taucht der Innenkreisradius als ‘Breite’ auf. - Was ist die Summe der Rechteckslängen?

Begründe: $\mathbf{A}_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{r}$

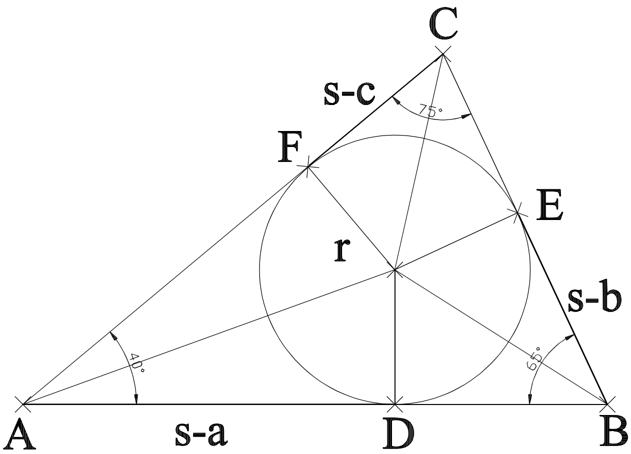
Flächeninhalt und Umfangslänge
Wer findet den Zusammenhang ?

Aufgabe 6:

Üblicherweise wird die halbe Umfangslänge eines Dreiecks mit dem Buchstaben **s** bezeichnet.

Begründe:

$$\overline{AD} = \overline{AF} = s - a$$
$$\wedge \ \overline{BE} = \overline{DB} = s - b$$
$$\wedge \ \overline{FC} = \overline{EC} = s - c$$

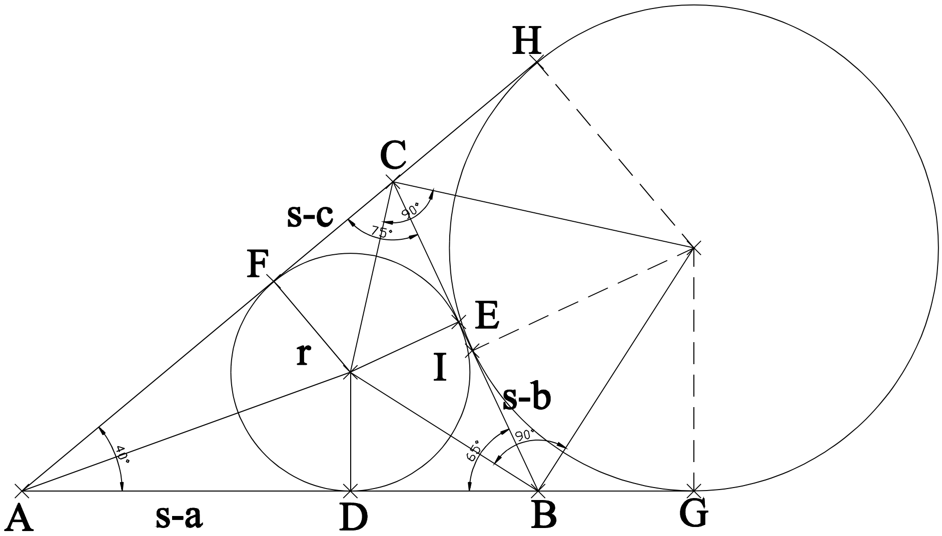


Aufgabe 7:

Konstruiere den Ankreis an die Seite BC deines Dreiecks und fälle vom Mittelpunkt dieses Ankreises die Lote auf die Geraden g(A;B) und g(A;C). Benenne die Fußpunkte der Lote wie in der nebenstehenden Skizze.

Begründe:

Den Mittelpunkt des Ankreises erhält man als Schnittpunkt der Winkelhalbierenden der Außenwinkel des Dreiecks. - Bestätige durch Nachmessen, dass außerdem gilt: $\overline{AG} = \overline{AH} = \mathbf{s}$.

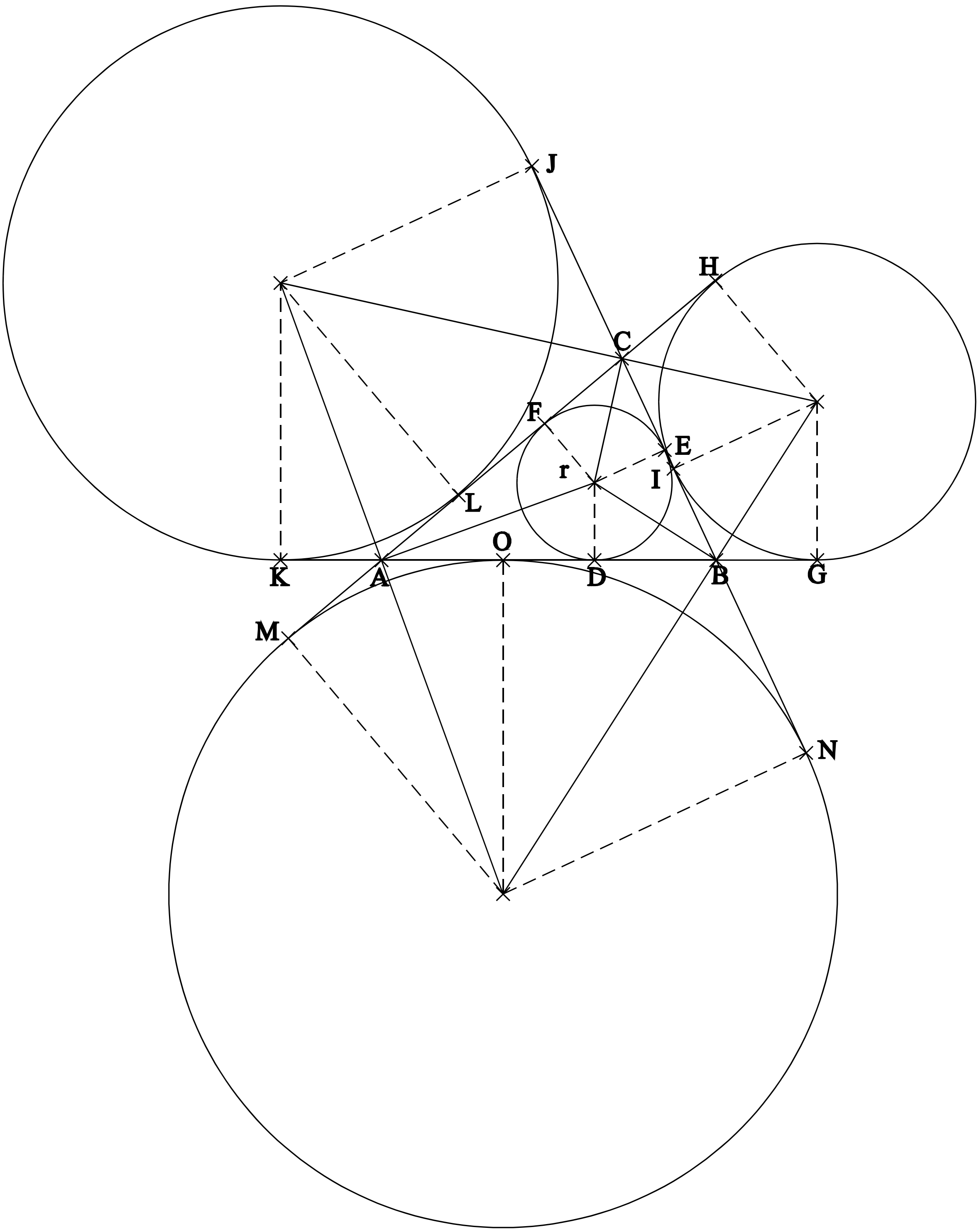


Eigentlich sollten wir uns bei der letzten Aussage, dass $\overline{AG} = \overline{AH} = \mathbf{s}$ ist, nicht nur mit Nachmessen zufrieden geben. Wir wollen versuchen, diese Eigenschaft der Ankreisfigur zu beweisen.

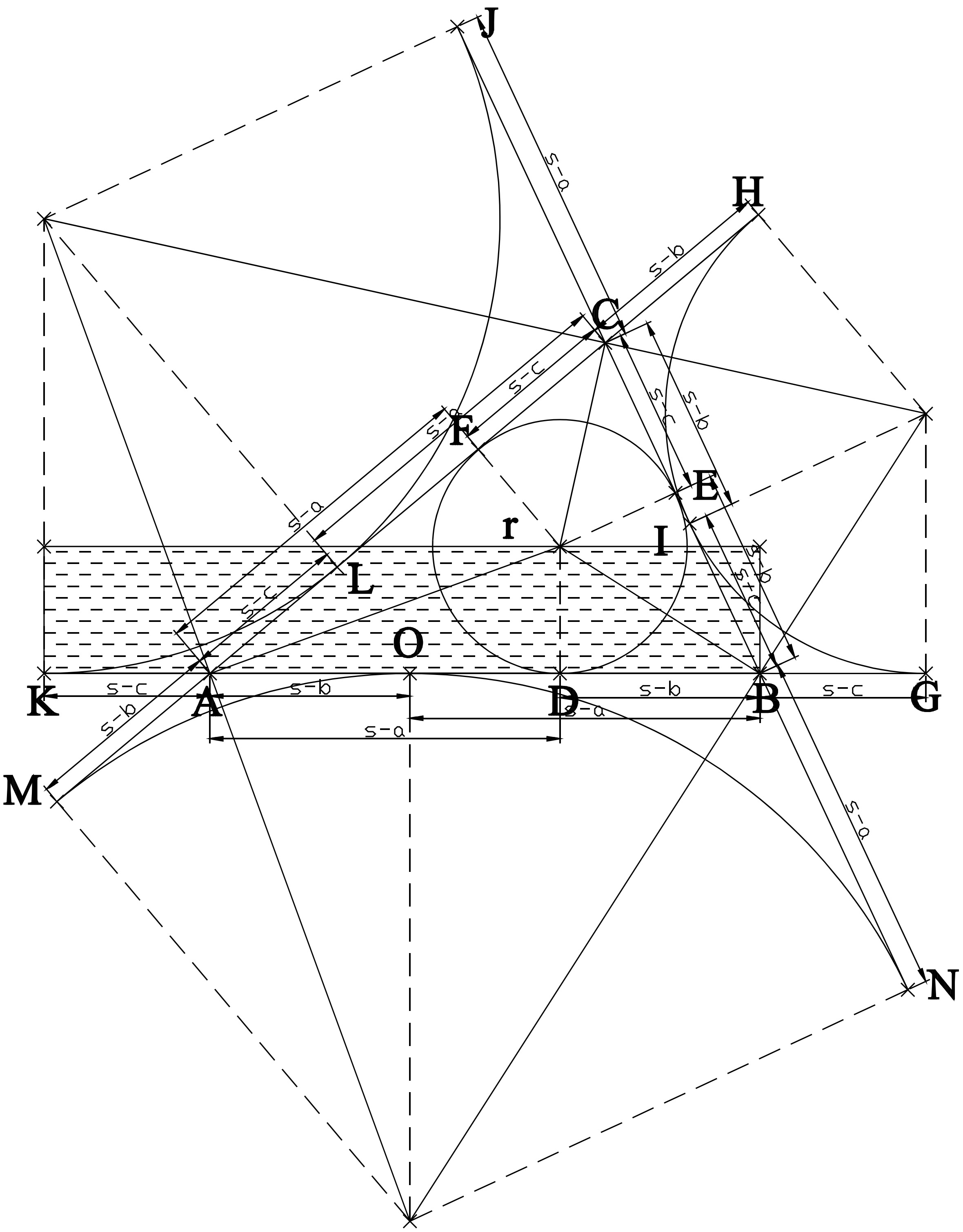
Aufgabe 8: Begründe die einzelnen Schritte:

$$\overline{AB} + \overline{BI} + \overline{IC} + \overline{CA} = 2 \cdot \mathbf{s}$$
$$\overline{AB} + \overline{BG} + \overline{HC} + \overline{CA} = 2 \cdot \mathbf{s}$$
$$\left(\overline{AB} + \overline{BG}\right) + \left(\overline{HC} + \overline{CA}\right) = 2 \cdot \mathbf{s}$$
$$\overline{AG} + \overline{HA} = \mathbf{s} + \mathbf{s} \ \wedge \ \overline{AG} = \mathbf{s} \ \wedge \ \overline{HA} = \mathbf{s}$$
$$\overline{BG} = \overline{BI} = \mathbf{s} - c \ (= \overline{CE} \ )$$
$$\overline{HC} = \overline{IC} = \mathbf{s} - b \ (= \overline{BE} \ )$$

<u>Aufgabe 9:</u> Gib Strecken in der vollständigen Ankreisfigur der Längen (s - a), (s - b), (s - c) und **s** an. Benenne jeweils mindestens drei Strecken, welche die geforderten Längen besitzen. Zeichne ein Rechteck in die Figur ein, das den gleichen Flächeninhalt wie das Ausgangsdreieck besitzt. Begründe deine Entscheidungen.



Mögliche Lösung von Aufgabe 9:



$$\mathbf{s} = \overline{KB} = \overline{AG} = \overline{NC} = \overline{BJ} = \overline{HA} = \overline{MC}$$