

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{x} \cdot (\ln(x) - 1)$ .

- a) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und die Nullstelle(n) von  $f$ .
- b) Bestimmen Sie die Ableitungsterme von  $f'$  und  $f''$  und untersuchen Sie  $f$  mit geeigneten hinreichenden Kriterien auf relative Extrema und Wendepunkte.
- c) Untersuchen Sie das Verhalten von  $f$  für  $x \rightarrow \infty$  (evtl. unter Beachtung von Teil b) und exemplarische Bestimmung von Funktionswerten an zahlenmäßig großen Stellen) und skizzieren Sie den Graphen in einem geeigneten Koordinatensystem.
- d) Bestätigen Sie, dass  $F$  mit  $F(x) = \frac{1}{2} \cdot (\ln(x))^2 - \ln(x)$  Stammfunktion von  $f$  ist und bestimmen Sie den Wert des Bestimmten Integrals:  $\int_e^{e^2} f(x) \cdot dx$ . Interpretieren Sie diesen Wert in Ihrer graphischen Darstellung.