

Gegeben ist die Funktionenschar  $f_a$  durch  $f_a(x) = (x - a) \cdot e^{a \cdot x}$  für  $a > 1$ .

- a) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von  $f_a$  mit den Koordinatenachsen.
- b) Zeigen Sie, dass  $f_a''(x) = a \cdot e^{a \cdot x} \cdot (a \cdot x - a^2 + 2)$  gilt.
- c) Ermitteln Sie die Koordinaten relativer Extrempunkte von  $f_a$ .<sup>1</sup>

Untersuchen Sie geeignet, wie sich die Lage dieser Extrempunkte im Koordinatensystem für wachsendes  $a$  verändert. Begründen Sie Ihre Entscheidungen.

- d) Untersuchen Sie das Verhalten von  $f_1$  für  $x \rightarrow \pm\infty$ . (Im weiteren dürfen Sie davon ausgehen, dass sich im Unendlichen alle Graphen der Schar wie  $f_1$  verhalten.)  
Begründen Sie, wie viele Wendepunkte jeder Graph der Schar haben muß, ohne dazu  $f_a'''$  zu berechnen.
- e) Skizzieren Sie nun in einem Koordinatensystem den grundsätzlichen Verlauf der zu  $f_k$  und  $f_m$  gehörenden Graphen, wenn  $1 < k < m$  gilt.

---

<sup>1</sup> Zur Kontrolle:  $f_a(x_{Ea}) = -\frac{1}{a} \cdot e^{a^2-1}$