

| Nr | Erwartete Teilleistung / Lösung | Hj | AB | BE | er. | Erläuterungen / Kommentar |
|----|---|----|---------------|---------------------|-----|---|
| a) | $D_f = \mathbb{R}^+ ; x^2 \cdot \ln(x) = 0 \Rightarrow x_N = 1 \text{ (in } D_f \text{)}$ $f'(x) = 2 \cdot x \cdot \ln(x) + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2 \cdot x \cdot \ln(x) + x ; f'''(x) = \frac{2}{x}$ $\left(f'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = 0 \right) \wedge \left(f''\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = 2 \right) \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{e}} \mid -\frac{1}{2 \cdot e} \right)$ ist relatives Minimum; $\left(f''\left(\frac{1}{\sqrt{e^3}}\right) = 0 \right) \wedge \left(f'''\left(\frac{1}{\sqrt{e^3}}\right) \neq 0 \right) \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{e^3}} \mid -\frac{3}{2 \cdot e^3} \right)$ ist Wendepunkt | 2 | I II | 4 4 4 | | Das Lösen logarithmischer Gleichungen ist im Grundkurs keine Routine; fachsprachlicher Text benötigt Zeit.. |
| b) | $f\left(\frac{1}{1000}\right) \approx -7 \cdot 10^{-6} ; f'\left(\frac{1}{1000}\right) \approx -0,0128$ Skizze mit Eintrag der Werte: | 2 | III II | 5 3 | | Die Regeln von de l'Hospital sind natürlich unbekannt. Eine geeignete Untersuchung in der Nähe des Ursprungs mit der graphischen Umsetzung: 'im Ursprung waagerechte Tangente' mit Beachtung des Vorzeichen (negative Steigung bei der Annäherung) ist problemlösendes Denken. Die Übertragung der bisherigen Ergebnisse in die Skizze ist Niveau 2. |
| c) | $F'(x) = x^2 \cdot \ln(x) + \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} - \frac{3 \cdot x^2}{9} = x^2 \cdot \ln(x) ;$ $A = F(1) - F(a) = \left -\frac{1}{9} - \frac{a^3}{3} \cdot \ln(a) - \frac{a^3}{9} \right $ $\lim_{a \rightarrow 0} A = \frac{1}{9}$ | 2 | II III | 2 3 3 | | Uneigentliche Integrale sind unbekannt. Erschwerend kommt hinzu, daß die Schüler eine Teil b) entsprechende Untersuchung durchführen müssen, auf die sie selbständig kommen sollten ($\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot \ln(x)$). Der Graph legt das Ergebnis nahe. Die Grenzwertuntersuchung ist Anforderungsbereich 3. |
| | | | | 28 | | |

