

Zu untersuchen ist die Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$.

- a) Geben Sie die maximale Definitionsmenge an und überprüfen Sie für f die Existenz von Nullstellen, relativen Extremwerten und Wendepunkten!
(Hinweis: $f'(x) = 2 \cdot \ln(x) + 3$ darf ohne Herleitung verwendet werden.)
- b) Untersuchen Sie durch Einsetzen von geeignet kleinen x -Werten in die Funktionsterme von f und f' , wie sich der Funktionsgraph in der Nähe des Ursprungs verhält, und skizzieren Sie dann diesen Graphen aufgrund der bisherigen Untersuchungsergebnisse über dem Intervall: $[0; 2]$. (geeigneter Maßstab!)
- c) Bestätigen Sie durch Ableiten, dass die Funktion F mit $F(x) = \frac{x^3}{3} \cdot \ln(x) - \frac{x^3}{9}$ Stammfunktion von f ist. Bestimmen Sie damit die Maßzahl des Flächeninhalts zwischen dem Graphen und der x -Achse über dem Intervall: $[a; 1]$, wobei $0 < a < 1$ ist.
Was erwarten Sie aufgrund Ihrer Untersuchungen von Teil b) bei dem Flächeninhalt für den Grenzübergang $a \rightarrow 0$?