

Gegeben sind sechs Funktionen f_1 bis f_6 durch die folgenden Funktionsgleichungen:

$$f_1(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}, \quad f_2(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 1}, \quad f_3(x) = \frac{x - 2}{x - 1}$$
$$f_4(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 1}, \quad f_5(x) = \frac{x^4}{(x - 1) \cdot (x + 1)^2}, \quad f_6(x) = \frac{x - 2}{(x + 1)^2}$$

In der Anlage sind unter **(a)** bis **(f)** (in zufälliger Reihenfolge!) die zugehörigen Graphen dargestellt.

- Berechnen Sie die Stellen waagerechter Tangenten von f_1 . Welcher Graph gehört nach Ihrer Rechnung also zu f_1 ?
- Für den unter **(a)** dargestellten Graphen ist $x_p = 1$ Pol und a_f mit $a_f(x) = 1$ ist Asymptotenfunktion. Geben Sie unter Verwendung dieser Voraussetzungen eine mögliche Funktionsgleichung der zu **(a)** gehörenden Funktion an und ermitteln Sie nun durch algebraische Umformung des Funktionsterms, welche der vorgegebenen Funktionen zu **(a)** gehört.
- Geben Sie die Nullstellen, die Gleichungen der Asymptotenfunktionen und die Definitionslücken der restlichen vier Funktionen an. Charakterisieren Sie auch die Art der Definitionslücken. Ordnen Sie danach diese vier Funktionen den zugehörigen Graphen zu. - Bei der Untersuchung von f_5 dürfen Sie die Umformung: $(x - 1) \cdot (x + 1)^2 = x^3 + x^2 - x - 1$ voraussetzen.

