

Durch die folgenden Gleichungen sind 2 Geraden \mathbf{g}_1 und \mathbf{g}_2 definiert:

$$\mathbf{g}_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} ; k \in \mathbb{R} ; \quad \mathbf{g}_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} ; r \in \mathbb{R} .$$

- Begründen Sie, dass die beiden Geraden nicht parallel verlaufen und berechnen Sie die Koordinaten des (existierenden) Schnittpunktes \mathbf{S} sowie die Größe des Schnittwinkels dieser beiden Geraden.
- Geben Sie eine Gleichung der Ebene \mathbf{e}_1 , die \mathbf{g}_1 und \mathbf{g}_2 enthält, in Parameterform an. Ermitteln Sie jeweils eine Gleichung in Normalenform und Parameterform derjenigen Ebene \mathbf{e}_2 , die senkrecht zu \mathbf{g}_1 durch den Punkt \mathbf{S} verläuft.¹
- Bestimmen Sie die Größe des Abstandes des Punktes $\mathbf{P}(2 \mid 5 \mid 2) \in \mathbf{g}_2$ zur Ebene \mathbf{e}_2 .
- Ermitteln Sie die Schnittmenge $\mathbf{e}_1 \cap \mathbf{e}_2$ der beiden Ebenen und geben Sie, wenn möglich, eine die Schnittmenge beschreibende Gleichung an.

¹ Zum Vergleich: $\mathbf{e}_2 : \vec{x} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 3$