**Aufgabe 1** ( 36,9 % der erwarteten Leistung) **1. Vorschlag**

In einem dreidimensionalen affinen Raum mit zugehörigem Vektorraum sind folgende geometrische Punktmengen, beschrieben durch Gleichungen, gegeben:

$$\mathbf{e}: -2\cdot x + 2\cdot y + 5\cdot z = -11$$

$$\mathbf{h}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad ; \quad s\in\mathbb{R}$$

$$\mathbf{g_t}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 25 \end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix} 1 + 5\cdot t \\ 1 \\ 2\cdot t \end{pmatrix} \quad ; \quad r,t\in\mathbb{R}$$

---

a) Zeigen Sie, dass alle Geraden der Geradenschar $\mathbf{g_t}$ in einer Ebene **e*** liegen, die parallel zu **e** ist. Geben Sie eine Gleichung für **e*** in Normalenform an.
Untersuchen Sie, ob die Menge aller Punkte der Geradenschar $\mathbf{g_t}$ die <u>ganze</u> Ebene **e*** beschreibt, d.h. ob es Punkte der Ebene **e*** gibt, die nicht durch eine Gerade der Geradenschar dargestellt werden können.

---

b) Der Punkt **Q**( 3 | - 5 | 1 ) ist ein Punkt von **e**. Bestimmen Sie eine Gleichung derjenigen Kugel **k**, die **e** in **Q** berührt und **e*** als Tangentialebene besitzt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Berührpunktes $\mathbf{Q^*}$ von $\mathbf{e^*}$ an **k**.

---

c) Untersuchen Sie, ob es eine Gerade $\mathbf{g^*}$ der Geradenschar gibt, die Tangente an die Kugel **k** ist. Geben Sie gegebenenfalls den zugehörigen Parameter $\mathbf{t^*}$ dieser Geraden der Schar an.

---

d) Zeigen Sie, dass $\mathbf{h} \subset \mathbf{e}$ ist. - Bestimmen Sie nun die Punkte $\mathbf{A} \in \mathbf{h}$ und $\mathbf{B} \in \mathbf{g_{-1}}$, welche die geringste Entfernung voneinander haben.

---