

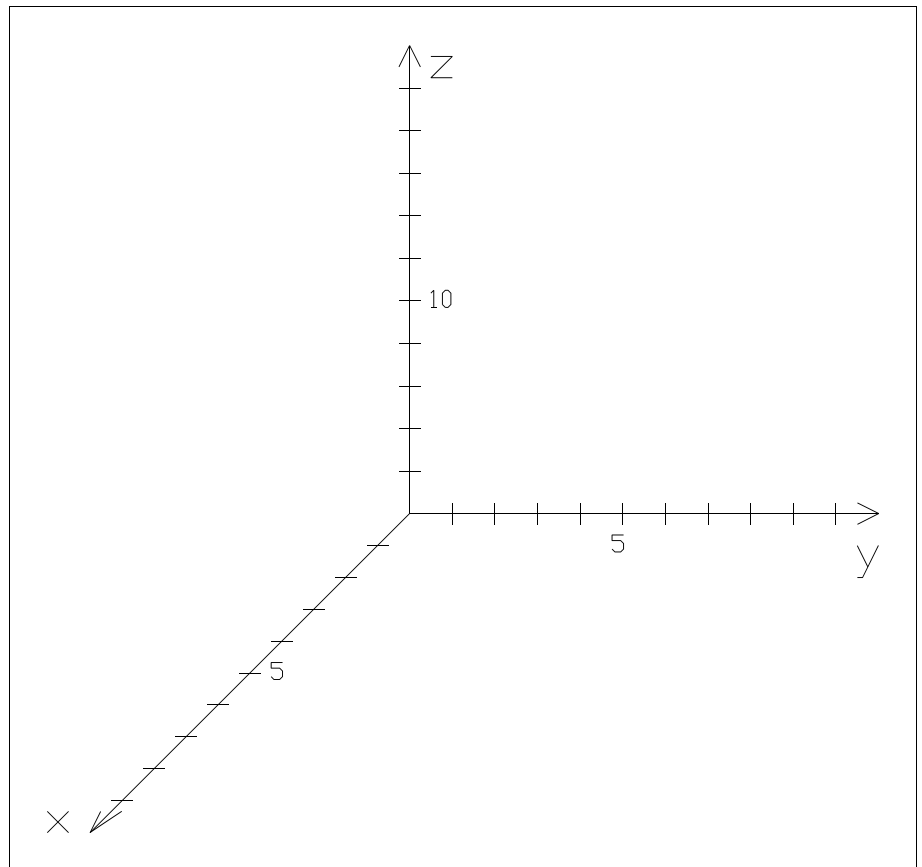
In einem dreidimensionalen affinen Raum mit zugehörigem Vektorraum sind folgende Punkte gegeben:

$$\mathbf{P}(6 \mid 3 \mid 0) ; \mathbf{Q}(0 \mid 6 \mid 6) ; \mathbf{R}(6 \mid 0 \mid 6).$$

a) Geben Sie Gleichungen für die Ebene e_{PQR} in Parameterform und in Normalenform an. - Wie groß ist der Abstand der Ebene zum Ursprung?

b) Bestimmen Sie die Koordinaten der Spurpunkte S_x , S_y und S_z von e_{PQR} mit den Koordinatenachsen.

c) Tragen Sie die 6 Punkte in das vorgegebene kartesische Koordinatensystem ein und untersuchen Sie die geometrische Lage der Geraden: $g_1(S_x, S_y)$ und $g_2(Q, R)$ zueinander.¹



d) Bestimmen Sie den Punkt T der Geraden g_1 so, dass das Dreieck ΔQRT bei R einen rechten Winkel besitzt. Beweisen Sie ohne weitere Rechnungen, dass die Dreiecke ΔQRT und ΔQRP flächeninhaltsgleich sind.

e) Bestimmen Sie unter Verwendung der Ergebnisse von a) und d) den Rauminhalt der Pyramide $OPQR$.

Führen Sie eine Kontrollrechnung unter Verwendung des Spatproduktes durch.

f) Geben Sie die Gleichung einer Kugel k mit minimalem Radius an, die die Ebene e_{PQR} berührt und durch den Ursprung verläuft.

¹ Achsenmaßstäbe beachten!