

Gegeben ist eine Funktionenschar f_a durch:

$$f_a(x) = \frac{e^x}{e^x + a} = e^x \cdot \frac{1}{e^x + a}; \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- a) Geben Sie D_{\max} für alle f_a mit positivem¹ Parameter a an.
- b) Zeigen Sie ohne Benutzung der Quotientenregel, daß $f'_a(x) = \frac{a \cdot e^x}{(e^x + a)^2}$ gilt.
 Für weitere Rechnungen darf ohne Nachweis benutzt werden: $f''_a(x) = \frac{a \cdot e^x \cdot (a - e^x)}{(e^x + a)^3}$.
- c) Warum gibt es keinen Graphen der Schar, der ein relatives Extremum besitzt?
- d) Für welche Parameter haben die Graphen einen Wendepunkt? - (Es genügt die Untersuchung einer notwendigen Bedingung!) - Geben Sie die Koordinaten der Wendepunkte W_a an. - Für welchen Parameter liegt der Wendepunkt des Graphen auf der y -Achse? Geben Sie die Funktionsgleichung für den Graphen an, auf dem alle Wendepunkte W_a liegen.
- e) Betrachten Sie nun die Funktion f_e . Untersuchen Sie durch Berechnung geeigneter Funktionswerte, wie sich der Graph für sehr große und sehr kleine x -Werte verhält und beschreiben Sie dieses Verhalten. Skizzieren Sie den grundsätzlichen Verlauf dieses Graphen.

¹ $a > 0$ gilt nur für diesen Aufgabenteil !