

In einem dreidimensionalen affinen Raum mit zugehörigem Vektorraum sind folgende Punkte gegeben:

$$\mathbf{P}(4|-5|0); \mathbf{Q}(0|-6|3); \mathbf{R}(4|-4|3),$$

sowie die Ebene:  $\mathbf{e}: 3 \cdot x - 6 \cdot y + 2 \cdot z = -21$

a) Zeigen Sie, daß die 3 Punkte eine Ebene  $\mathbf{e}_{\mathbf{PQR}}$  definieren und daß gilt:  $\mathbf{e}_{\mathbf{PQR}} \parallel \mathbf{e}$  ! - Bestimmen Sie danach die Größe des Abstandes  $\mathbf{d}(\mathbf{e}_{\mathbf{PQR}}; \mathbf{e})$  der beiden parallelen Ebenen.

b) Bestimmen Sie die Größen  $\mathbf{d}(\mathbf{S}; \mathbf{e}_{\mathbf{PQR}})$  und  $\mathbf{d}(\mathbf{S}; \mathbf{e})$  der Abstände des Punktes  $\mathbf{S}(2|-3|2)$  von den beiden Ebenen und skizzieren Sie in einer ebenen Darstellung die Lage der beiden Ebenen und des Punktes  $\mathbf{S}$  relativ zum Ursprung  $\mathbf{O}$ .

c) Die Punkte  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  bilden mit dem Ursprung  $\mathbf{O}$  als Spitze eine dreieckige Pyramide. - Bestimmen Sie das Maß des Neigungswinkels  $\varphi$  der Seitenkante  $\mathbf{PO}$  zur Grundebene  $\mathbf{e}_{\mathbf{PQR}}$  sowie den Rauminhalt  $\mathbf{V}$  der Pyramide.

d) Der Punkt  $\mathbf{S}$  soll an der Ebene  $\mathbf{e}$  gespiegelt werden. Bestimmen Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes  $\mathbf{S}'$  !

e) Geben Sie die Gleichung der Kugel  $\mathbf{k}$  mit minimalem Radius an, die die Ebene  $\mathbf{e}$  berührt und durch den Punkt  $\mathbf{S}$  verläuft.